SSL Dynamics

guilhermemg.eng

May 2019

1 Modelo proposto pelo Éder

Seja $u = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix}$ a entrada do sistema (tensões nos motores) e $x = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$ o vetor de estados onde:

x = posição linear eixo x referencial inercial, fixo ao campo
y = posição linear eixo y referencial inercial, fixo ao campo
θ = posição angular, angulo que o eixo x' do referencial movel, fixo ao robo, faz com o eixo x do referencial inercial
$\dot{x}$ = derivada temporal de x
$\dot{y}$ = derivada temporal de y
$\dot{\theta}$ = derivada temporal de theta

Os parâmetros a serem utilizados serão:

J = Inercia rotacional do eixo do motor
B = coeficiente de atrito viscoso do eixo do motor
R_p = Resistência de armadura do motor
k_1 = coeficiente de transmissão reversa do motor(V/rad/s)(velocidade - f.c.e.m)
k_2 = coeficiente de transmissão direta do motor (N/m/A)(Corrente-torque)
R = raio do corpo do robo
r = raio da roda do robo
α = angulo entre as rodas dianteiras e o eixo y' do referencial movel fixo ao robo

β = angulo entre as rodas traseiras e o eixo y' do referencial movel fixo ao robo
m = massa do robo
I_z = Momento de inercia do robo em torno do eixo z do referencia fixo

A fim de facilitar a escrita, chamaremos:
$\alpha_p = \alpha + \theta$
$\alpha_m = \alpha - \theta$
$\beta_p = \beta + \theta$
$\beta_m = \beta - \theta$

E

$\text{sum}_{cos^2} = (\cos(\alpha_p))^2 + (\cos(\alpha_m))^2 + (\cos(\beta_p))^2 + (\cos(\beta_m))^2$
$\text{sum}_{2sin} = \sin(2(\alpha_p)) - \sin(2(\alpha_m)) + \sin(2(\beta_p)) - \sin(2(\beta_m))$
$\text{sum}_{cos} = \cos(\alpha_p) - \cos(\alpha_m) - \cos(\beta_p) + \cos(\beta_m)$
$\text{sum}_{sin^2} = (\sin(\alpha_p))^2 + (\sin(\alpha_m))^2 + (\sin(\beta_p))^2 + (\sin(\beta_m))^2$
$\text{sum}_{sin} = \sin(\alpha_p) + \sin(\alpha_m) - \sin(\beta_p) - \sin(\beta_m)$

Dessa forma temos que as Equações que descrevem o sistema são:

$$\dot{D} = \begin{bmatrix} m + (J/r^2)sum_{cos2} & (J/(2r^2))sum_{2sin} & (JR/r^2)sum_{cos} \\ (J/(2r^2))sum_{2sin} & m + (J/r^2)sum_{sin_2} & (JR/r^2)sum_{sin} \\ (JR/r^2)sum_{cos} & (JR/r^2)sum_{sin} & I_z + 4(JR/r^2) \end{bmatrix}$$

$\text{x}_{eqn} = (kp/r)(u(1)\cos(\alpha_p) - u(2)\cos(\alpha_m) - u(3)\cos(\beta_p) + u(4)\cos(\beta_m)) - (B_p\dot{x} + J\dot{y}\dot{\theta})sum_{cos_2}/r^2 - (B_p\dot{y} - J\dot{x}\dot{\theta})sum_{2sin}/(2r^2) - (B_pR\dot{\theta})sum_{cos}/r^2$

$\text{y}_{eqn} = (kp/r)(u(1)\sin(\alpha_p) + u(2)\sin(\alpha_m) - u(3)\sin(\beta_p) - u(4)\sin(\beta_m)) - (B_p\dot{x} + J\dot{y}\dot{\theta})sum_{2sin}/(2r^2) - (B_p\dot{y} - J\dot{x}\dot{\theta})sum_{sin_2}/r^2 - (B_pR\dot{\theta})sum_{sin}/r^2$

$\theta_{eqn} = (kp/r)(u(1) + u(2) - u(3) - u(4)) - (B_p\dot{x} + J\dot{y}\dot{\theta})sum_{cos}R/r^2 - (B_p\dot{y} - J\dot{x}\dot{\theta})sum_{sin}R/r^2 - (4B_pR^2\dot{\theta})sum_{sin}/r^2$

Sendo A a matriz tal que:

$$\dot{D}A = \begin{bmatrix} x_{eqn} \\ y_{eqn} \\ \theta_{eqn} \end{bmatrix}$$

Finalmente teremos:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} x(3) \\ x(4) \\ A(1) \\ A(2) \\ x(6) \\ A(3) \end{bmatrix}$$

Sendo que:

$$A = \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix}$$