

## IMPLEMENTAÇÃO EM C: FILTRO DE KALMAN, FUSÃO DE SENSORES PARA DETERMINAÇÃO DE ÂNGULOS<sup>1</sup>

Waldri dos Santos Oliveira<sup>2</sup>  
Eduardo Nunes Gonçalves<sup>3</sup>

### RESUMO

Este trabalho apresenta o emprego do filtro de Kalman, implementado na forma de um código de programação em C, para processamento de sinais provenientes de microcontrolador (Arduino) e sensor IMU (MPU-6050) para o posicionamento referencial inercial de corpo. Por intermédio do filtro de Kalman, aumenta-se a eficiência do algoritmo de aquisição de dados, devido à fusão de dados provenientes de diferentes sensores (acelerômetro e giroscópio) com diferentes tolerâncias e requisitos de desempenho. Este estudo é fundamental para medir com precisão o ângulo de inclinação, por exemplo, em drones do tipo multirrotor, que garantirá melhor precisão em posterior aplicação de técnica de controle de estabilidade.

**Palavras-chave:** Filtro de Kalman. Fusão de sensores. Medição inercial. Sistemas embarcados.

### 1 INTRODUÇÃO

O Filtro de Kalman é um método bastante utilizado quando se deseja atenuar o efeito de ruídos de medição via *software*. Este método foi criado por Rudolf Kalman, responsável pela sua implementação, em 1958, e tem por objetivo “utilizar medições de grandezas realizadas ao longo do tempo (contaminadas com ruído e outras incertezas) e gerar resultados que tendam a se aproximar dos valores reais das grandezas medidas” (WELCH; BISHOP, 2006).

O Filtro de Kalman é um filtro recursivo preditivo para medidas ruidosas. Uma das suas aplicações do filtro de Kalman é sobre a normalização, ou combinação ponderada, para fusão sensorial. (SABATELLI *et al.*, 2012). Largamente aplicado em diversas áreas da engenharia, ele é capaz de produzir uma estimativa muito próxima do estado do sistema. Para isso é

---

<sup>1</sup> **Como citar este artigo:**

OLIVEIRA, Waldri dos Santos; GONÇALVES, Eduardo. Nunes. Implementação em C: filtro de Kalman, fusão de sensores para determinação de ângulos. **ForScience**: revista científica do IFMG, Formiga, v. 5, n. 3, e00287, jul./dez. 2017.

<sup>2</sup> Mestrando em Engenharia Elétrica pela (UFSJ/CEFET-MG). Atualmente é professor da Universidade do Sul da Bahia, Campus II. (<http://lattes.cnpq.br/6741106511229014>). E-mail: [waldri.so@gmail.com](mailto:waldri.so@gmail.com).

<sup>3</sup> Doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Atualmente é professor titular do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG) (<http://lattes.cnpq.br/4167566933927576>). E-mail: [eduardong@des.cefetmg.br](mailto:eduardong@des.cefetmg.br).

ForSci.: r. cient. IFMG, Formiga, v.5, n.3, e00287, jul./dez. 2017.

necessário conhecer os modelos do sistema (função de estado seguinte), a função de medição e os termos de ruído a ele (ABBEEL *et al.*, 2005).

A aplicação que será abordada ao longo deste trabalho se dará sobre a fusão de sensores de uma IMU (do inglês, *Inertial Measurement Unit*) composta por giroscópios e acelerômetros. A IMU é um conjunto de sensores que registram as grandezas de aceleração linear e de orientação (velocidade angular), com base nos fenômenos físicos como as forças gravitacionais e inerciais da matéria. A IMU, como a apresentada na FIG. 1, é um sistema microeletromecânico (MENS, do inglês *Microelectromechanical systems*) e MEMS é uma tecnologia de manufatura da microeletrônica desenvolvido em 1967, fruto da combinação de conceitos da microeletrônica, engenharia mecânica, ciência dos materiais, física e química. Sensores MENS são transdutores de escala micrométrica, responsáveis pela conversão de uma forma de energia em outra, largamente utilizados em circuitos miniaturizados, em veículos aéreos não tripulados (UAVs, do inglês *Unmanned Aerial Vehicles*), embarcações, aeronaves, naves espaciais, braços robóticos, satélites e sondas. Desenvolvimentos recentes permitem que um navegador GPS continue a trabalhar quando o sinal GPS não está disponível, como em túneis, no interior de edifícios ou quando a interferência eletrônica está presente.

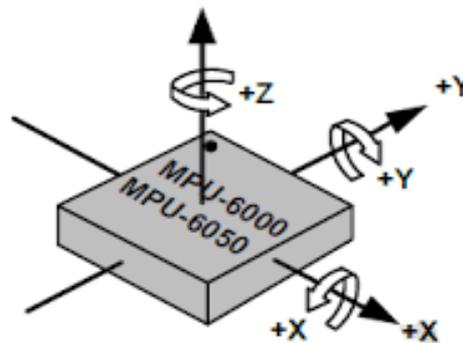


Figura 1 – Exemplo dos eixos e seus graus de liberdade da IMU

Fonte: INVENSENSE (2013).

## 1.1 Sensor acelerômetro

Um acelerômetro é um dispositivo que mede a aceleração total (estática e dinâmica), ou seja, a aceleração associada ao fenômeno de peso/deslocamento experimentado por qualquer massa de teste, em repouso ou não, no sistema de coordenadas de referência espacial do dispositivo. De fato, é possível detectar a posição angular, indiretamente pela

decomposição trigonométrica, com três acelerômetros ortogonais entre si. Esta abordagem é muito sensível a vibrações, gerando resultados ruidosos, o que é algo extremamente prejudicial para técnicas de controle, em mecanismos muito sensíveis ou que requerem alta precisão, como os drones.

## 1.2 Sensor giroscópio

O giroscópio mede a velocidade angular, e um giroscópio convencional é um mecanismo composto por um rotor de massa conhecida, que gira sobre um eixo montado no interior ou um cardam, ou anel livre, com sensores de deslocamento. Já o funcionamento de um giroscópio MENS baseia-se no fenômeno de vibração piezo elétrico dos materiais. É possível determinar a posição angular de corpos por meio da integração numérica da velocidade angular medida, em três eixos. Esta técnica é mais precisa, porém apresenta acúmulo de erro ao longo do tempo.

## 1.3 Unidade de medição inercial

A IMU utilizada é o circuito integrado MPU-6050, da *InvenSense*, ilustrada na Figura 2, que apresenta um giroscópio de três eixos (x, y, z) e um acelerômetro de três eixos (x, y, z), totalizando 6 graus de liberdade (DOF, do inglês *Degree of Freedom*).

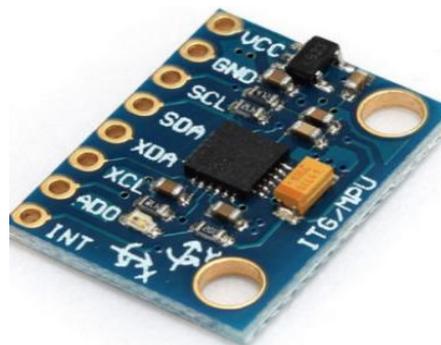


Figura 2 – IMU proposta para o trabalho  
Fonte: INVENSENSE (2013).

As características básicas da MPU-6050, retiradas de sua folha de dados, são:

- Sensibilidade do giroscópio: 131 LSB/°/s;
- Sensibilidade do acelerômetro: 16384 LSB/g;

- Escala completa do giroscópio:  $\pm 250$  °/s;
- Escala completa do acelerômetro:  $\pm 2$  g.

Todos estes parâmetros estão multiplicados por um fator de operação. O circuito permite ser configurado em quatro faixas, sendo assim todas as suas características são multiplicadas por um fator variando de um a quatro. A comunicação é feita via padrão dois fios I<sup>2</sup>C (do inglês, *Inter-Integrated Circuit*).

#### 1.4 Problema

O problema tratado neste artigo, apresentado nas seções 1.2 e 1.3, é como utilizar os dados fornecidos pelo acelerômetro e pelo giroscópio para obter uma medição angular satisfatória. São empregados os dados do acelerômetro para minimizar o erro que o giroscópio apresenta devido aos erros de deslizamento (*drift*), ou erros em regime quando o acelerômetro está deslocado do centro de rotação. É também necessário atenuar os ruídos gerados pela dinâmica característica do acelerômetro. Este trabalho propõe a realização da fusão dos sensores por meio do algoritmo de filtro de Kalman, para eliminar os ruídos e assim garantir uma medida angular adequada.

#### 1.5 Fusão de sensores

A fusão de sensores é a solução para a combinação das faixas de precisão de ambos os sensores, a fim de um contornar a imprecisão do outro, para obter os ângulos de rotações, ângulos *yaw* (guinada), *pitch* (arfagem) e *roll* (rolagem), da estrutura, objeto ou aeronave. O giroscópio é responsável pela medição precisa em comportamentos de alta frequência. O acelerômetro com a sua medição de erro estacionário nula. A Figura 3 ilustra um modelo esquemático para uma aplicação simplificada do filtro de Kalman para fusão de dois sensores (RAOL, 2009).

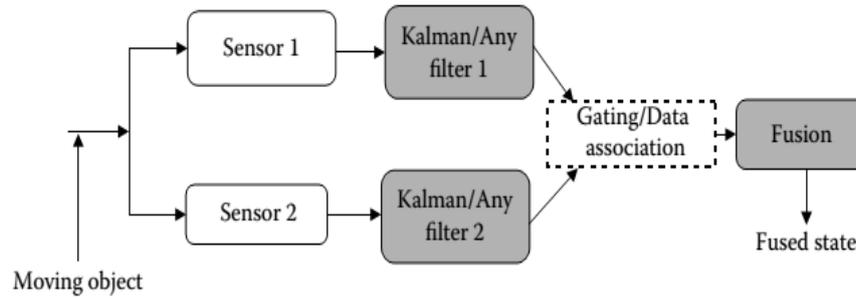


Figura 3 - Conceito de fusão sensorial  
Fonte: Raol (2009).

## 1.6 Abordagens

Comumente os sensores apresentam um desvio, ou *off-set*, que deve ser corrigido. Para isso, é necessário um procedimento de calibragem baseado em medições com o sensor estável e nivelado. Empregando as seguintes Equações (1) a (4) conseguimos calibrar a IMU:

$$\alpha_x = \frac{\alpha_x - \alpha_{x\text{bias}}}{s}, \quad (1)$$

$$\alpha_y = \frac{\alpha_y - \alpha_{y\text{bias}}}{s}, \quad (2)$$

$$\dot{\phi} = \frac{\phi_n - \phi_{\text{bias}}}{s} \cdot \Delta t, \quad (3)$$

$$\dot{\theta} = \frac{\theta_n - \theta_{\text{bias}}}{s} \cdot \Delta t, \quad (4)$$

sendo  $\Delta t$  o período de amostragem,  $s$  a resolução ou escala do sensor, que pode ser configurada,  $\alpha_x$  e  $\alpha_y$  os ângulos registrados pelo acelerômetro, sobre os vetores “x” e “y”,  $\alpha_{x\text{bias}}$  e  $\alpha_{y\text{bias}}$  os desvios registrados pelos vetores do acelerômetro,  $\dot{\phi}$  e  $\dot{\theta}$  são respectivamente as velocidades angulares fornecidas pelo giroscópio sobre os eixos “x” e “y”, e  $\phi_{\text{bias}}$  e  $\theta_{\text{bias}}$  os *off-set's*

Para determinar o ângulo adequado, ao redor dos eixos “x” e “y”, independente do sentido e intensidade da aceleração do corpo, usamos a função trigonométrica do MATLAB®

para cálculo da inversa da tangente em quatro quadrantes,  $atan2(a,b)$ , Equação (5) para a rolagem e Equação (6) para arfagem:

$$\phi = atan2(\alpha_x, \alpha_y), \quad (5)$$

$$\theta = atan2(\alpha_y, \alpha_x). \quad (6)$$

Para determinar os ângulos provenientes do giroscópio deve-se fazer uma integração incremental, também subtraindo o efeito do desvio (*off-set*), através da Equação (7) para rolagem e Equação (8) para arfagem:

$$\dot{\phi}_n = \dot{\phi}_{n-1} + \frac{\dot{\phi}_g - \dot{\phi}_{bias}}{s} \Delta t \quad (7)$$

$$\dot{\theta}_n = \dot{\theta}_{n-1} + \frac{\dot{\theta}_g - \dot{\theta}_{bias}}{s} \Delta t \quad (8)$$

Estes desvios (*bias*) são facilmente determinados realizando medições com o sensor totalmente estável, por alguns minutos, para o cálculo da média das oscilações. Coletando via MATLAB<sup>®</sup> por um vetor,  $v$ , utilizamos o comando:  $bias = mean(v)$ , gerando o *bias* inicial.

Partindo de uma abordagem clássica com as equações anteriores e realizando manipulações matemáticas e trigonométricas simples, combinadas a um fator de ponderação, obtemos

$$\tilde{\theta}_k = \alpha(\tilde{\theta}_{k-1} + \tilde{\theta}_{g,k} \Delta t) + (1 - \alpha)\tilde{\theta}_{a,k} \quad (9)$$

sendo  $\tilde{\theta}$  o ângulo estimado em função do giroscópio,  $\tilde{\theta}_g$ , e acelerômetro,  $\tilde{\theta}_a$ , e um coeficiente,  $\alpha$ , de complementação da fusão (VASCONCELLOS; CATUNDA, 2013).

A Equação (9) refere-se a um filtro passa-altas para o giroscópio e a um filtro passa-baixas para o acelerômetro. Anulando os termos do giroscópio e discretizando a mesma resulta em:

$$\frac{\tilde{\theta}(z)}{\theta_a(z)} = (1 - \alpha) \left( \frac{z}{z - \alpha} \right) \quad (10)$$

A Equação (10) equivale à uma função de transferência de filtro passa baixas com polo em  $\alpha$ . A resposta ao degrau é  $(1 - \alpha)\alpha^k u_k$ , o que indica que quanto maior for  $\alpha$ , mais rápida é a convergência da resposta ao degrau para o valor de regime (Vasconcellos & Catunda, 2013). Analisando novamente, observa-se que se a velocidade angular proveniente do giroscópio é inexistente, o valor do ângulo de saída será o fornecido pelo acelerômetro, e assim anula-se o erro em regime do giroscópio (*drift*) (VASCONCELLOS; CATUNDA, 2013).

Sendo assim, as Equações (9) e (10) correspondem a uma alternativa de abordagem simplificada para realizar a fusão dos dados provenientes dos sensores. Esta técnica é denominada filtro complementar. Esta abordagem possui um esforço computacional muito baixo e ineficiente.

De acordo com o apresentado em Zanoni (2012), existem ao menos dois métodos de aplicação do filtro de Kalman para fusão sensorial: algoritmo de atualização de dados e algoritmo de propagação de estados. Além de termos o filtro clássico e o filtro completo, sendo que este último, de acordo com Ferdinando *et al.* (2012), requer maior custo computacional. A partir de Welch e Bishop (2006), temos os pares de filtro de Kalman discretos, que será discutido na próxima seção.

## 2 MODELAGEM DO SISTEMA

### 2.1 Funcionamento do filtro de Kalman

Em Welch e Bishop (2006) e Sabatelli *et al.*, (2011), é apresentado o modelo da função geral do filtro de Kalman. O filtro de Kalman consiste em duas etapas, predição e correção, baseado em técnicas recursivas do sistema representado no espaço de estados, sendo uma estimação sobre a dinâmica do sistema. Durante a primeira etapa é realizada uma predição sobre a dinâmica do modelo e no segundo passo uma correção, atuando na covariância do erro. Neste sentido, o filtro de Kalman funciona como um estimador otimizador do estado  $x_k$  Equação com a medição de  $z_k$  Equação . Considere a representação:

(11)

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{A}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}\mathbf{u}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1}\mathbf{z}_k = \mathbf{H}\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (12)$$

Sendo

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & -\Delta t \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \Delta t \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta}_b \end{bmatrix} \quad (15)$$

As matrizes  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  são obtidas a partir das propriedades construtivas do acelerômetro e podem ser conseguidas também com informações do fabricante. As equações de diferenças envolvem a saída real do giroscópio,  $\theta$ , e o “escorregamento” (ou deriva),  $\theta_b$ , em graus por segundo (°/s) ou  $\dot{\theta}_b$ . Deste modo, o vetor de estados é definido como sendo  $\mathbf{x}_k = [\theta \ \dot{\theta}_b]^T$  e a entrada é uma variação real também em graus por segundo (°/s),  $\mathbf{u}_k = \dot{\theta}_k$ . A matriz  $\mathbf{H}$  (16) é o modelo de observação, o estado real não pode ser medido diretamente,  $\mathbf{z}_k$  é a medição acessível, a medida real do acelerômetro, logo temos:

$$\mathbf{H} = [\mathbf{1} \ \mathbf{0}] \quad (16)$$

Nas Equações e ,  $\mathbf{w}_k$  e  $\mathbf{v}_k$  são variáveis independentes e aleatórias que representam o ruído do sistema e o de medição respectivamente. São consideradas como ruído branco gaussiano, sendo que  $p(\mathbf{w}) \sim N(\mathbf{o}, \mathbf{Q})$  e  $p(\mathbf{v}) \sim (\mathbf{o}, \mathbf{R})$ , em que  $\mathbf{Q}$  é a matriz de covariância do ruído do erro do acelerômetro, estendida do caso escalar em (17), e  $\mathbf{R}$  matriz (18) da medição (processo), que podem ser atualizadas a cada execução do filtro, porém, sem prejuízo, podem ser admitidas como constantes. A matriz  $\mathbf{Q}$  pode ser obtida, na folha de dados, pelas informações da precisão e do erro de escorregamento,  $\dot{\theta}_b$ , do acelerômetro multiplicando por

uma taxa,  $\Delta t$ , resultando em  $Q_k$ . Seja  $\bar{v}_k$ , Equação 19, o erro estimado *a priori* e na Equação 20o  $v_k$  o erro estimado *a posteriori* do passo k, e esta seja equivalente a R matriz de covariância de medição. A matriz R deve ser tipicamente o quadrado do desvio-padrão do giroscópio, da folha de dados, ou pode ser determinada experimentalmente mantendo o sistema estacionário e registrando os dados por aproximadamente 5 minutos. Calculando a média e o desvio padrão,  $R = 2^{st\ deviation}$  (RAOL, 2009). Seja:

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{\theta} & 0 \\ 0 & Q_{\dot{\theta}_b} \end{bmatrix} \Delta t \quad (17)$$

$$R = E[v_k v_k^T] = E[\sigma_k^2] \quad (18)$$

$$\bar{v}_k = x_k - \bar{x}_k \quad (19)$$

$$v_k = x_k - \hat{x}_k \quad (20)$$

As variáveis  $\hat{x}_{k-1|k-1}$  denotam valores de tempo “k-1” com dados de estado estimado previamente. Variáveis  $\hat{x}_{k|k-1}$ , ou estado *a priori*, exprimem estados no instante de tempo “k” com base no estado prévio “k-1”. Já as notações  $\hat{x}_{k|k}$  *a posteriori* explicitam estimações de estado no instante “k” com base no estado atual. De acordo com Welch e Bishop (2006), usando as Equações (21) e (22), obtemos, durante estimação, o erro covariante *a priori* ou erro covariante preditivo,  $P_{k|k-1}$ , e, durante a atualização, o erro covariante *a posteriori* ou erro covariante corrigido,  $P_{k|k}$ :

$$P_{k|k-1} = E[\bar{v}_k \bar{v}_k^T] \rightarrow P_{k|k-1} = A \cdot P_{k-1|k-1} \cdot A^T + Q \quad (21)$$

$$P_{k|k} = E[v_k v_k^T] \rightarrow P_{k|k} = P_{k|k-1} - K_k H P_{k|k-1} \quad (22)$$

A etapa de atualização, ou correção, corresponde a:

$$K_k = P_{k|k-1} H^T (H P_{k|k-1} H^T + R)^{-1}, \quad (23)$$

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k(z_k - H\hat{x}_{k|k-1}), \quad (24)$$

$$P_{k|k} = (I - K_k H)P_{k|k-1}. \quad (25)$$

Sendo que o cálculo do ganho é dado pela Equação (23), atualização do estado estimado pela Equação (24), como uma combinação linear do estado estimado *a priori*,  $\hat{x}_k$ , e uma diferença ponderada entre uma medição real,  $z_k$ , e uma previsão de medição,  $H\hat{x}_k$ , em seguida a atualização do erro de covariância dado pela Equação (25), fazem parte da segunda etapa do algoritmo, ou etapa de atualização. E P a matriz de covariância dos estados. A FIG. 4 apresenta uma imagem esquemática do funcionamento recursivo das duas etapas de execução do filtro de Kalman.

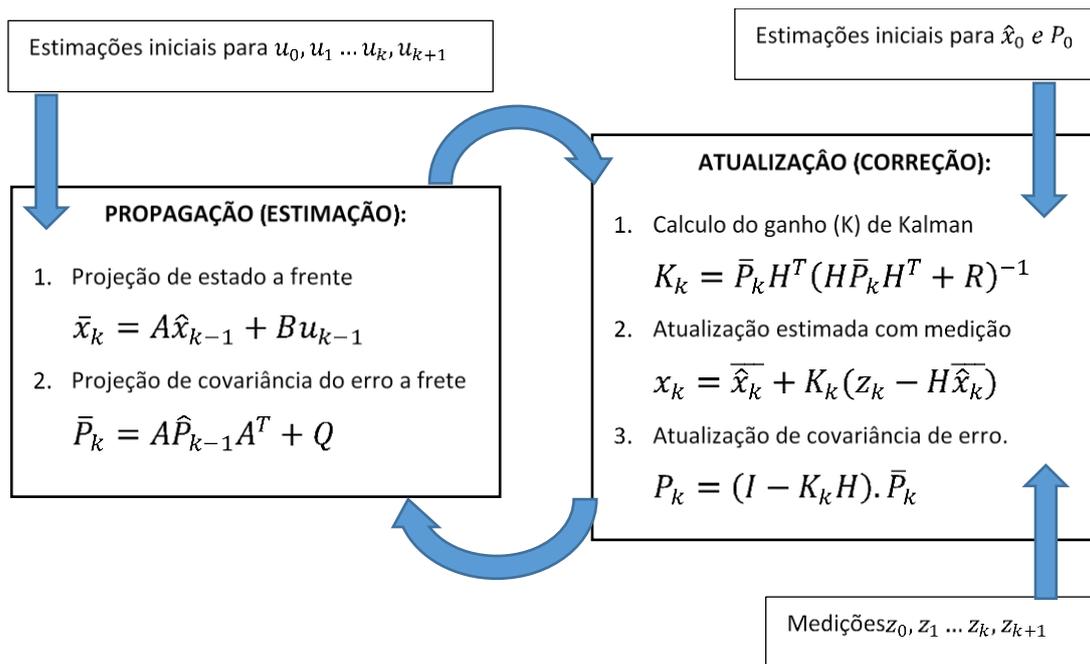


Figura 4 – Circuito algoritmo de Kalman  
 Fonte: Adaptado de Welch e Bishop (2006).

Nas linhas 1 e 2 do algoritmo, a predição  $\bar{x}_k$  e a matriz  $\bar{P}_k$  são calculadas representando a predição no instante de tempo posterior, mas antes de se incorporar a mensuração  $z_k$ . Esta predição é obtida incorporando-se o sinal de controle  $u_k$ . A média é atualizada usando a versão determinística da função de transição de estados, com a média

$\hat{x}_{k-1}$  substituída pelo valor do estado  $x_{k-1}$ . A atualização da covariância considera o fato de que os estados dependem dos estados anteriores através da matriz  $A_k$ . Esta matriz é multiplicada duas vezes na covariância, uma vez que a covariância é uma matriz quadrática.

A predição é subsequentemente transformada na predição desejada nas linhas 4 a 6 do algoritmo, ao se incorporar a medição  $z_k$ . A variável  $K_k$ , computada na linha 3, é chamada de ganho de Kalman. Ele especifica o quanto que a medição será incorporada na estimativa do novo estado. A linha 4 manipula a média, ao ajustá-la em proporção ao ganho de Kalman,  $K_k$ , e o desvio da medição atual,  $z_k$ , e a predição da medição de acordo com a probabilidade da medição, Equação . Finalmente, a nova covariância da predição posterior é calculada no item 5, de acordo com informações do ganho resultantes da medição.

### 3 IMPLEMENTAÇÃO

Os *hardwares* selecionados para o experimento foram: uma placa microcontroladora Arduino Uno (ARDUINO, 2016), que trabalha com uma tensão de 5v, alimentação entre 7-12V, consumo de 20 a 50 mA, operando com 8 bits a uma velocidade de 16 MHz, 26 pinos de I/O, dotada de um microcontrolador Atmega328P de fabricação da Atmel, e um circuito integrado MPU-6050, dotado de um giroscópio de três eixos, um acelerômetro de três eixos e um termômetro digital (INVESENSE, 2012). Algumas propriedades da placa Arduino são apresentadas na Tabela 2. A placa é responsável por realizar as leituras do sensor MPU-6050 e fazer a comunicação por porta serial com o microcomputador. Os resultados gráficos são obtidos na plataforma MATLAB®. É importante definir a taxa de comunicação do microcontrolador com o microcomputador para ser compatível com a operação do sensor IMU, com o próprio controlador e todos os *softwares* e para garantir menor interferência na comunicação serial. Recomenda-se o uso de um cabo USB (do inglês, *Universal Serial Bus*) com isolamento (blindagem). É necessária alimentação DC estável para os circuitos, sendo assim recomenda-se não utilizar a alimentação proveniente da própria porta USB.

#### 3.1 Software

Esta etapa consiste em programar o filtro de Kalman no microcontrolador Arduino, utilizando a linguagem C, e programar uma rotina de leitura e interpretação gráfica no MATLAB®. Uma das vantagens de se processar diretamente no Arduino e não no MATLAB® é a redução de ruídos de medição, proveniente da comunicação serial com o computador. Para isso seria necessária a utilização de cabos USB com blindagem para atenuar este efeito, além de evitar redução de eficiência pelo atraso de processamento ou erros de perda de pacotes.

### 3.2 Filtro de Kalman discreto em C

O filtro de Kalman digital foi programado, em linguagem C, através do ambiente de desenvolvimento integrado (IDE, do inglês *Integrated Development Environment*) próprio da plataforma *Open Source* Arduino (ARDUINO, 2016).

### 3.2 Coleta de dados

Elaborada a função *SetupSerial6.m('porta',amostras)* no MATLAB®: *SetupSerial6.m('porta',amostras)*. Esta função recebe dois argumentos: “*porta*” e “*amostras*”. O primeiro é responsável por identificar em que porta serial o hardware está conectado e o segundo corresponder ao número de amostras do gráfico que será plotado por esta função. Este gráfico registra três variáveis enviadas pelo microcontrolador: *xGyro*, giroscópio do eixo “x”, *xAccel*, acelerômetro do eixo “x”, e *xAccel\_pred*, ângulo preditivo após filtro de Kalman, registra dinamicamente, com atualização dos intervalos das abscissas, permitindo observar grandes intervalos, como, por exemplo, 1000 amostras.

## 5 RESULTADOS

A Conexão da IMU com o microcontrolador é dada via I<sup>2</sup>C, protocolo de dois fios com a placa MPU-6050. A FIG. 5 ilustra o esquema de ligação. A comunicação com o computador é via emulação USB-Serial com velocidade de 9600 bps (bits por segundo).

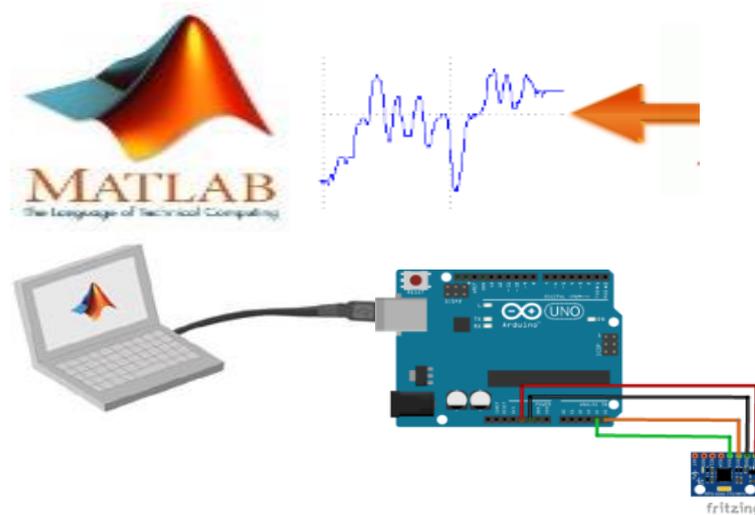


Figura 5 – Esquema de conexão MATLAB® / Arduino / MPU-6050  
 Fonte: Adaptado de Mathworks (2016).

A função em código MATLAB® recebe os dados e os registram *on-line* para análise imediata ou armazenamento. Executando o comando: “SetupSerial6 (‘COM3’,1600)” no MATLAB® obtemos mil e seiscentas amostras através da porta serial COM3. Os resultados obtidos são apresentados na FIG. 6.

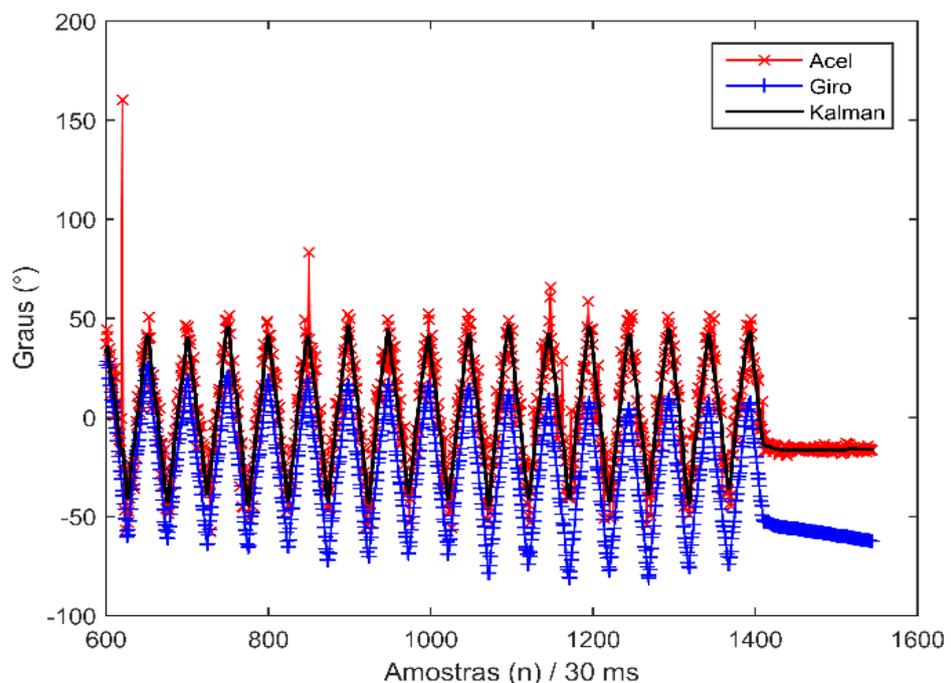


Figura 6 – Resultados obtidos com a fusão  
 Fonte: Dos autores (2017).

O teste foi realizado com o sensor acoplado a um servo motor e um segundo microcontrolador programado para oscilar entre  $-45^\circ$  a  $45^\circ$  num período de 30 milissegundos  
 ForSci.: r. cient. IFMG, Formiga, v.5, n.3, e00287, jul./dez. 2017.

entre os graus de interação, sendo que, após a amostra 1400 o motor é desligado em uma posição aleatória. Nota-se, na Figura 6, a deficiência em se determinar o ângulo apenas com a integração do giroscópio (em azul '-|-'), que apresenta o escorregamento, ou acúmulo de erro. E a ineficiência fica clara ao se usar apenas o sinal do acelerômetro (em vermelho '-x-'), comportamento ruidoso, principalmente nas regiões de mudança de direção, e a resposta combinada através do filtro de Kalman (em preto) apresenta-se mais fiel entre as duas.

Pode-se observar em detalhe na FIG. 7 o comportamento ruidoso do acelerômetro, causado pela vibração entre as abruptas mudanças das revoluções entre os graus, característica do servo motor. Em alguns momentos, o sinal do acelerômetro extrapola a escala de  $\pm 45^\circ$  do experimento, além de ocasionar picos durante a mudança de sentido. Comportamento que eventualmente acarretaria em saturação do controlador, causando descontrole e até mesmo queda da aeronave. Observa-se que a resposta do filtro de Kalman rejeita os comportamentos indesejáveis do escorregamento do giroscópio e as oscilações do acelerômetro.

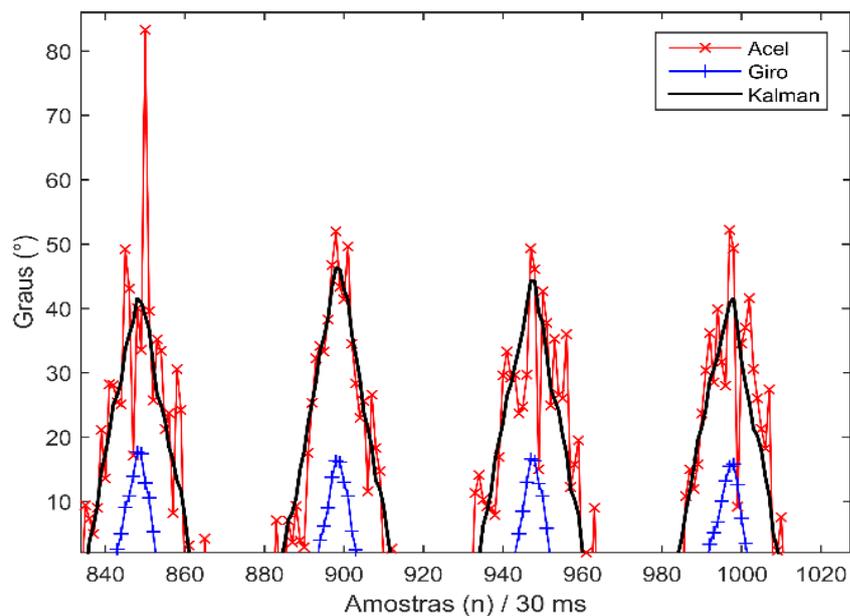


Figura 7 – Resposta na presença de ruídos elevados  
Fonte: Dos autores (2017).

A seguir na FIG. 8 confronta-se os resultados de um novo experimento, com sensor estático e nivelado, para o filtro complementar e novamente o filtro de Kalman.

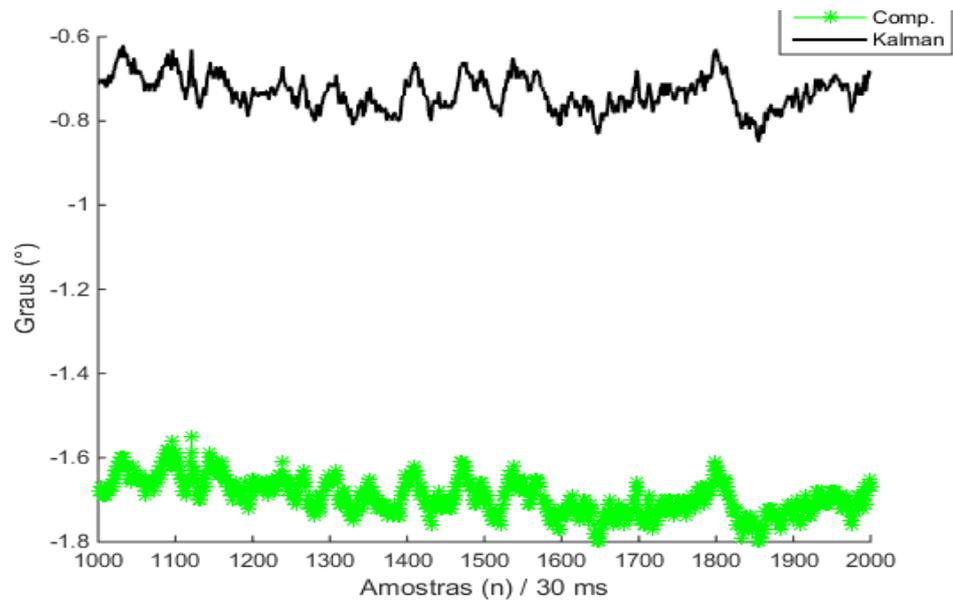


Figura 8 – Filtro complementar x filtro de Kalman  
 Fonte: Dos autores (2017).

O que se pode observar é que o filtro de Kalman apresenta o menor erro em regime, e o filtro complementar com o tempo tende a acumular erro, mesmo que minimamente, ou seja ainda que o comportamento seja atenuado, porém, ainda é similar ao efeito negativo proveniente do giroscópio.

Todo o desenvolvimento apresentado até aqui foi implementado para o eixo de rolagem. Para o segundo grau de liberdade, ou ângulo de arfagem, os procedimentos são totalmente análogos e resultados foram compatíveis.

O algoritmo de Kalman é muito eficiente para medições ruidosas e já é conhecida na literatura a sua aplicação em fusão sensorial, inclusive em alguns trabalhos sobre fusão de sensores de acelerômetros e giroscópios, apesar que, em algumas publicações este é substituído por uma média ponderada simples. Para o funcionamento adequado do filtro de Kalman devemos inserir valores apropriados para os elementos das matrizes  $Q$  e  $R$ , em que  $Q$  está ligada diretamente a atualização da covariância. Se os elementos de  $Q$  forem mal dimensionados, haverá um pior desempenho nas etapas de predição e estimação. Como  $R$  está ligada diretamente com  $S$  e conseqüentemente com o ganho  $K$ , sua determinação errônea afetará as etapas de atualização e correção, reduzindo sua velocidade e conseqüentemente eficiência. Como  $Q$  é relacionada com o sistema, é mais fácil de ser determinada através do modelo e, no caso deste trabalho, através dos dados do fabricante. A matriz  $R$  é pertinente ao processo, desse modo sua determinação pode ser um processo mais impreciso sendo muitas

vezes estimado estatisticamente através do desvio padrão, em um momento, e ajustado experimentalmente, em outro.

## 6 CONCLUSÕES

Os resultados se mostraram eficientes na determinação dos ângulos de inclinação com precisão, combinando dois sensores, característica essencial para a aplicação em controle de estabilidade de VANT, em especial os multirotores. Seu custo computacional é levemente maior do que a do filtro complementar porém sua eficiência é muito superior. Como proposta para trabalhos futuros, é interessante a implementação do programa com uma rotina de auto calibração inicial e fusão com outros sensores, como magnetômetro e GPS.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem os apoios das agências CAPES, CNPq, FAPEMIG.

## ABSTRACT

### IMPLEMENTATION IN C: KALMAN FILTER, FUSION OF SENSORS FOR DETERMINATION OF ANGLES

This work presents the use of the Kalman filter, implemented in the form of programming code in C, for the processing of signals of the microcontroller (Arduino) and the sensor IMU (MPU-6050), for the inertial body positioning. Through the Kalman filter, the efficiency of the data acquisition algorithm is, due to the fusion of data from several sensors (accelerometer and gyroscope) with different tolerances and performance requirements. This study is fundamental to accurately measure the angle of inclination, for example, in multicopter type drones, which will ensure better accuracy in later application of stability control technique.

**Keywords:** Kalman filter. Sensor fusion. Inertial measurement. Embedded systems.

## REFERÊNCIAS

ABBEEL, Pieter *et al.* Discriminative training of Kalman filters. In: ROBOTICS: SCIENCE AND SYSTEMS, 1., 2005, Cambridge, Massachusetts. **Proceedings...** Cambridge, 2005. p.

[1-8]. Disponível em: <<http://roboticsproceedings.org/rss01/p38.pdf>>. Acesso em: 16 maio 16.

ARDUINO. **Arduino & Genuino products**. Disponível em: <<https://www.arduino.cc/en/main/arduinoBoardUno>>. Acesso em: 16 maio 2016.

FERDINANDO, Hany; KHOSWANTO, Handry; PURWANTO, Djoko. Embedded Kalman filter for inertial measurement unit (IMU) on the ATmega8535. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INNOVATIONS IN INTELLIGENT SYSTEMS AND APPLICATIONS (INISTA), 2012, Trabzon, Turkey. [**Proceedings**]... USA: IEEE, 2012. p. 1-5.

INVENSENSE. **MPU-6000/6050 product specification**. Revision 3.4. Sunnyvale (CA), 2013. Disponível em: <[https://www.cdiweb.com/datasheets/invensense/MPU-6050\\_Data\\_Sheet\\_V3%204.pdf](https://www.cdiweb.com/datasheets/invensense/MPU-6050_Data_Sheet_V3%204.pdf)>. Acesso em: 16 maio 2016.

MATHWORKS. **Arduino programing with MATLAB**. Disponível em: <<http://www.mathworks.com/discovery/arduino-programming-matlab-simulink.html?requestedDomain=www.mathworks.com>>. Acesso em: 27 maio 2016.

RAOL, Jitendra R. **Multi-sensor data fusion with MATLAB®**.xxxiii ed. Boca Raton: CRC Press, 2009. 534 p. ISBN: 9781439800058.

SABATELLI, Simone *et al.* A double stage Kalman filter for sensor fusion and orientation tracking in 9D IMU. In: SENSORS APPLICATIONS SYMPOSIUM (SAS), 2012, Brescia, Italy. [**Proceedings**]... USA: IEEE, 2012. p. 1-5.

SABATELLI, Simone *et al.* A sensor fusion algorithm for an integrated angular position estimation with inertial measurement units. In: DESIGN, AUTOMATION & TEST IN EUROPE CONFERENCE & EXHIBITION (DATE), 2011, Grenoble, France. [**Proceedings**]... USA: IEEE, 2011. p. 1-4.

VASCONCELLOS, Camila Simões da Costa Cunha; CATUNDA, Paulo Roberto Yamasaki. **Projeto, Construção e Controle de um Protótipo de um Quadricóptero**. 2013. 114 f. Monografia (Graduação em Engenharia Eletrônica e de Computação) – Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013. Disponível em: <<http://monografias.poli.ufrj.br/monografias/monopoli10006598.pdf>>. Acesso em: 27 maio 2016.

WELCH, Greg; BISHOP Gary. **An Introduction to the Kalman Filter**. UNC-Chapel Hill, TR 95-041, July 24, p. 1-16, 2006. Disponível em: <[https://www.cs.unc.edu/~welch/media/pdf/kalman\\_intro.pdf](https://www.cs.unc.edu/~welch/media/pdf/kalman_intro.pdf)>. Acesso em: 27 maio 2016.

ZANONI, Fábio DORO. **Modelagem e implementação do sistema de navegação para um AUV**. 2012. 245 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3152/tde-23032012-114741/pt-br.php>>. Acesso em: 27 maio 2016.

**Recebido em:** 07/08/2017

**Aprovado em:** 05/09/2017

**Publicado em:** 24/11/2017